

# ВСЕУКРАЇНСЬКА ОЛІМПІАДА З МАТЕМАТИКИ

II етап

2024 р.

10 клас

Час виконання 3 години

1. (2 б) 9-й член геометричної прогресії дорівнює 5. Обчислити добуток 3-го, 9-го, 11-го та 13-го її членів.
2. (2 б) При якому значенні параметра  $a$  парабола  $y = x^2 - 2x - 0,5a + 1$  дотикається в двох точках кола з центром  $A(1;0)$  і радіусом 1?
3. (2 б) В магазині продаються червоні і сині олівці. Червоний олівець коштує 17 копійок, синій олівець - 13 копійок. На купівлю олівців можна витратити не більше 4 грн. 95 коп. При закупівлі число синіх олівців не повинно відрізнятись від числа червоних олівців більш ніж на п'ять. Необхідно купити максимально можливу сумарну кількість червоних і синіх олівців, при цьому червоних олівців потрібно купити якомога менше. Скільки червоних і синіх олівців можна придбати за вказаних умов?
4. (3 б) Чому дорівнює сума дійсних коренів рівняння  $f(x) = 0$ , якщо всі дійсні значення  $x$  задовольняють рівність  $f(3x - 1) = 9x^2 - 12x$ ?
5. (3 б) Знайдіть площу трикутника  $ABC$ , якщо  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ , а медіани, проведені з вершин  $A$  і  $B$ , перпендикулярні.