

ВСЕУКРАЇНСЬКА ОЛІМПІАДА З МАТЕМАТИКИ

II етап

2024 р.

9 клас

Час виконання 3 години

1. (2 б) Серед усіх натуральних чисел n , які задовольняють рівність

$$\left[\frac{n}{2} \right] - \left[\frac{n}{5} \right] = 9,$$

знайдіть найбільше та найменше.

Примітка: $[x]$ - ціла частина дійсного числа x , найбільше ціле число, що не більше за x .

2. (2 б) У двох ящиках знаходиться більше 29 однакових деталей. Число деталей в першому ящику, зменшене на 2, більш ніж в 3 рази перевищує число деталей в другому ящику. Потроєне число деталей в першому ящику перевищує подвоєне число деталей в другому ящику менш ніж на 60. Скільки деталей в кожному ящику?
3. (2 б) При якому значенні параметра m рівняння $|x(|x| - 5)| = m$ має чотири корені.
4. (3 б) Доведіть, що відрізок, який сполучає вершину прямого кута прямокутного трикутника з центром квадрата побудованого на гіпотенузі поділяє прямий кут трикутника навпіл.
5. (3 б) Коло, вписане в трикутник ABC , дотикається його сторін в точках

$$A_1, B_1, C_1. \text{ Доведіть, що } AC_1 = \frac{AB+AC-BC}{2}.$$



