

**Авторські розв'язки завдань I етапу з критеріями оцінювання
Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії 2026-2027 н.р.
11 клас**

1. Верхня кульмінація зорі Міцар спостерігається на зенітній відстані $z_{\text{вк}}=5^{\circ}05'$ на північ від зеніту, а нижня кульмінація на зенітній відстані $z_{\text{нк}}=75^{\circ}15'$. Знайти широту місця спостереження та схилення зорі. Атмосферною рефракцією нехтуємо.

Розв'язок.

При верхній кульмінації, що відбувається на північ від зеніту, використовуємо формулу $h_{\text{вк}}=90^{\circ}-\delta+\varphi$ (1), оскільки $z=90^{\circ}-h$, перепишемо формулу (1): $z_{\text{вк}}=90^{\circ}-h_{\text{вк}}=\delta-\varphi$ (2), для нашої задачі маємо: $\delta-\varphi=5^{\circ}05'$ (3).

(1 бал)

Аналогічно для нижньої кульмінації маємо:

$h_{\text{нк}}=\delta+\varphi-90^{\circ}$ (4), оскільки $z=90^{\circ}-h$, перепишемо формулу (4): $z_{\text{нк}}=90^{\circ}-h_{\text{нк}}=180^{\circ}-(\delta+\varphi)$ (5), для нашої задачі маємо: $180^{\circ}-(\delta+\varphi)=75^{\circ}15'$ (6).

(1 бал)

Розв'язуючи систему рівнянь (3) та (6), отримуємо: $180^{\circ}-2\varphi=80^{\circ}20'$; $2\varphi=99^{\circ}40'$; $\varphi=49^{\circ}50'$ тоді з рівняння (3): $\delta=5^{\circ}05'+\varphi=54^{\circ}55'$.

(3 бали)

Відповідь: $\varphi=+49^{\circ}50'$ (Львів), $\delta=+54^{\circ}55'$.

(Загалом 5 балів)

2. Атмосферний тиск на Марсі дорівнює $1/200$ від атмосферного тиску на Землі. Діаметр Марса приблизно у 2 рази менший від земного. Середня густина Землі дорівнює 5.5 г/см^3 , а середня густина Марса - 4 г/см^3 . Визначити, у скільки разів маса атмосфери Марса менша за масу атмосфери Землі.

Розв'язок.

Для тонкої атмосфери, нехтуючи зміною g з висотою

$$P = m_{\text{атм}} g / 4\pi R^2, \quad m_{\text{атм}} = 4\pi R^2 P / g.$$

(5 балів)

Оскільки $g=4\pi G R \rho_{\text{сер}}/3$, отримуємо

$$m_{\text{атм.з}} / m_{\text{атм.м}} = (P_z R_z \rho_{\text{сер.з}}) / (P_m R_m \rho_{\text{сер.з}}) = 200 \cdot 2^4 / 5.5 \approx 290.91.$$

(5 балів)

Отже, маса атмосфери Марса приблизно у 291 раз менша.

(Загалом 10 балів)

3. Оцінити середню густину чорної діри в центрі Галактики, навколо якої рухається зоря з періодом $T=16$ років і великою піввіссю орбіти $a \approx 1000$ а.о. Вважаючи, що маса зорі набагато менша за масу чорної діри, а її радіус дорівнює радіусу Шварцшильда.

Розв'язок. За третім законом Кеплера визначаємо масу чорної діри

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}, \quad (1) \quad \text{звідси} \quad \text{бали} \quad (2)$$

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}, \quad (2) \quad \text{бали} \quad (1)$$

В системі СІ: $a = 1.496 \cdot 10^{14} \text{ м}$, $T = 5.049 \cdot 10^8 \text{ с}$, $M \approx 7.8 \cdot 10^{36} \text{ кг}$. Радіус Шварцшильда визначається співвідношенням

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \approx 1.16 \cdot 10^{10} \text{ м}, \quad (3) \quad \text{бали} \quad (4)$$

де $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. Середня густина чорної діри

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi r_s^3} \approx 1.2 \cdot 10^6 \text{ кг/м}^3. \quad (4) \quad \text{бали} \quad (3)$$

(Загалом 10 балів)

4.

1. Небесний меридіан перетинається з математичним горизонтом в цих двох точках:
А) точки рівнодення; **Б) точки півночі і півдня**; В) точки сходу та заходу; Г) точки сонцестоянь.
2. Інтервал часу між двома послідовними однойменними кульмінаціями середнього Сонця:
А) середній рік; **Б) середня сонячна доба**; В) середній місяць; Г) середній тиждень.
3. Проміжок часу, за який Сонце здійснює один видимий оберт по екліптиці відносно далеких зір:
А) тропічний рік; Б) синодичний рік; **В) зоряний рік**; Г) високосний рік.
4. Діаметр небесної сфери, перпендикулярний площині екліптики:
А) вісь світу; Б) прямовисна лінія; **В) вісь екліптики**; Г) полуденна лінія.
5. Часова шкала, пов'язана із середнім сонячним часом на Гринвіцькому меридіані:
А) Всесвітній час; Б) зоряний час; В) декретний час; Г) Галактичний час.
6. Найменша за масою планета Сонячної системи:
А) Плутон; Б) **Меркурій**; В) Ганімед; Г) Ерида.
7. До цієї області на діаграмі Герцшпрунга-Рассела належить приблизно 90% усіх зір Галактики:
А) Хмара Оорта; Б) Асимптотична гілка; В) Область підвищеної світності; **Г) Головна послідовність**.
8. Найбільший супутник Сатурна:
А) Ганімед; Б) Оберон; **В) Титан**; Г) Рея.
9. Планета, що має сидеричний період обертання навколо своєї осі приблизно 24 год. 37 хв.:
А) Марс; Б) Земля; В) Венера; Г) Меркурій.
10. Система спектральної класифікації зір, яка враховує спектральний клас та клас світності:
А) Гарвардська; Б) Оксфордська; В) Грінвічська; **Г) Єркска**.

(1 питання - 1 бал. Загалом 10 балів)

5. Нейтронна зоря в рентгенівській подвійній системі випромінює як абсолютно чорне тіло. Її радіус $R=12$ км, ефективна температура $T_{\text{eff}}=1.8 \times 10^7$ К.

- 1) Обчисліть болометричну світність зорі за законом Стефана—Больцмана.
 - 2) Визначте довжину хвилі максимуму спектра випромінювання (λ_{λ}) та відповідну енергію фотона.
- Сталі: $\sigma=5.6704 \times 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴); $b=2.898 \times 10^{-3}$ м·К; $h=6.6261 \times 10^{-34}$ Дж·с; $c=2.9979 \times 10^8$ м/с.

Розв'язок.

- 1) Болометрична світність.

За законом Стефана—Больцмана для сферичного тіла:

$$L = 4\pi R_{\text{ns}}^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

(3 бали)

Підставляємо числові значення:

$$L = 4\pi (1.2 \times 10^4 \text{ м})^2 \times 5.6704 \times 10^{-8} \times (1.8 \times 10^7 \text{ К})^4$$

$$L \approx 1.077 \times 10^{31} \text{ Вт} = 1.08 \times 10^{38} \text{ ерг/с}$$

(2 бали)

- 2) Максимум спектра та енергія фотона.

За законом зміщення Віна для максимуму спектральної інтенсивності, заданої на одиницю довжини хвилі:

$$\lambda_{\text{max}} T_{\text{eff}} = b, \text{ де } b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$$

(3 бали)

$$\lambda_{\text{max}} = b / T_{\text{eff}} = (2.898 \times 10^{-3}) / (1.8 \times 10^7) \approx 1.61 \times 10^{-10} \text{ м} = 0.161 \text{ нм}$$

(2 бали)

Енергія фотона з такою довжиною хвилі:

$$E_{\gamma} = hc / \lambda_{\text{max}}$$

(3 бали)

$$E_{\gamma} \approx (6.6261 \times 10^{-34})(2.9979 \times 10^8) / (1.61 \times 10^{-10})$$

$$E_{\gamma} \approx 1.23 \times 10^{-15} \text{ Дж} \approx 7.7 \text{ кеВ}$$

(2 бали)

Отже, максимум λ_{λ} припадає на рентгенівський діапазон.

(Загалом 15 балів)